

Índices robustos de calidad. Cómo medir la capacidad de un proceso.

Salvador Naya Fernández
Departamento de Matemáticas (Área de Estadística e Investigación Operativa).
Universidad de A Coruña.

Introducción

Vivimos rodeados por indicadores que pretenden medir, entre otras cosas, si estamos sanos o enfermos, si nuestro peso es o no el correcto, si la producción científica se ajusta al nivel exigido, se el éxito alcanzado como docentes está o no de acuerdo con los estándares de calidad.

Un número índice es una medida estadística diseñada para poner de manifiesto los cambios de una variable o grupo de variables con respecto a una determinada característica. El empleo de índices es habitual en todas las ciencias, y su función principal es la de comparar entre sí individuos o variables. Así en el ámbito económico son muy empleados índices de morosidad, o los índices conocidos de Gini que permite medir la concentración da riqueza de una población, y que se suele acompañar con la denominada curva de Lorenz. Otro índice ampliamente usado es el conocido como índice de Laspeyres que permite valorar el consumo del año en base a precios del mismo año de estudio, siendo el índice que utiliza institutos nacionales de Estadística como el caso español del INE para la elaboración del IPC. Otros índices asociados a sus descubridores son los de Paasche, de Fisher, de Drovisch-Bowley, de Edgeworth-Marshall, de Drovisch-Bowley o el de Wlach.

Algunos de los índices fueron introducidos hace mucho tiempo y con el uso han pasado a ser del manejo diario en muchos ambientes. Un ejemplo podría ser el denominado índice de masa corporal (conocido también como índice de Quetelet en honor a su descubridor) y que se obtiene como el cociente entre la masa (en kg) entre el cuadrado da altura (en metros) de un paciente.

En el caso del control de calidad por variables, que será el tema a tratar en este trabajo, los índices permiten medir si un proceso es o no capaz, relacionando la variabilidad (medida en función de 6 veces la desviación típica) con las especificaciones (normalmente fijadas por el cliente).

Índices de capacidad en el control estadístico de calidad

Como se mencionó en la sección anterior el uso de índices es habitual en cualquier contexto, pero sin duda donde tiene una gran importancia es dentro del control estadístico de proceso: son los conocidos como índices de capacidad. Un índice de la capacidad de un proceso (PCR) es un valor numérico que permite tomar decisiones sobre si un proceso es o no capaz. El modo de interpretarlos suele asociar que valores grandes de estos índices darían un proceso como capaz de producir artículos que cumplen con los requerimientos del cliente.

Por desgracia, las hipótesis tradicionales sobre los datos como la normalidad o la independencia son frecuentemente violadas en muchas situaciones reales no siendo, en estas situaciones, válidos los índices tradicionales. Así, en escenario en la que los

supuestos de normalidad o independencia no se verifican, como por ejemplo cuando los datos están correlacionados o cuando pertenecen a las distribuciones no centradas y sesgadas serán necesarios índices específicos. En particular, si la hipótesis de normalidad es violada, entonces, podría ser muy difícil o incluso imposible, para obtener expresiones cerradas para la distribución de probabilidad del estimador de la PCR. Esto significa que en muchos casos no es posible obtener intervalos de confianza exactos para las estimaciones de la capacidad del proceso. Como consecuencia, las estimaciones de capacidad puede estar lejos de los verdaderos parámetros de interés y los fabricantes podrían llevarse a cabo a tomar decisiones equivocadas sobre la calidad del producto.

Muchos autores han estudiado diferentes estimadores de la capacidad del proceso en diversos marcos de distribución. Los recientes avances en el análisis inferencial aplicada a las técnicas de control de calidad han motivado obra teórica sobre la teoría de la distribución de las estimaciones de PCR-véase, por ejemplo las obras de Chou y Owen, Clements, Pern y Cols y Kotz y Johnson. Este último dio lugar a un debate exhaustivo sobre una serie de índices de capacidad de toma de muestras y sus propiedades. Además, en el caso particular de tratar con datos no normales y los procesos con especificaciones unilaterales, se pueden consultar los trabajos de Somerville y Montgomery, Chen y Pern, Kotz y Lovelace, Shore, Palmer y Tsui, Tang y Than, Chang et al., Pearn y Chen y Kotz y Johnson.

La mayor parte de la literatura dedicada al estudio de análisis de capacidad de proceso con frecuencia considera cuatro índices, C_p , C_{pk} , C_{pm} , C_{pmk} , cuyas definiciones son las siguientes:

$$C_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma},$$

$$C_{pk} = \min \left\{ \frac{USL - \mu}{3\sigma}, \frac{\mu - LSL}{3\sigma} \right\}$$

$$C_{pm} = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - \tau)^2}},$$

$$C_{pmk} = \min \left\{ \frac{USL - \mu}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - \tau)^2}}, \frac{\mu - LSL}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - \tau)^2}} \right\}$$

$$= \frac{d - |\mu - m|}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - \tau)^2}},$$

Donde USL y LSL son los límites superior e inferior de especificación del proceso, μ es la media de proceso, σ es desviación típica, τ es el valor nominal o target, $d = (USL - LSL) / 2$ y $m = (USL + LSL) / 2$ es el punto medio entre especificaciones.

Los índices como el C_p o el C_{pm} resultan más adecuados cuando los datos proceden de distribuciones simétricas, por lo general la normal. En el caso de distribuciones no simétricas, los índices de capacidad C_{pk} y C_{pmk} permiten estimar mejor las capacidades. El índice C_{pmk} permite analizar si el proceso con media μ valor nominal T , los índices, C_p , C_{pk} y C_{pm} , resultan

ser más sensibles a los cambios en la desviación total del proceso, ver la expresión en la ecuación (4). Una desventaja de la mayoría de estas medidas de capacidad está relacionada con su eficiencia, que depende en gran medida de la estimación de la variabilidad del proceso, siendo influenciados por la forma de la función de distribución, como señalan Pearn et al. y Borges y Ho.

Debido a que para analizar la capacidad de un proceso es necesario seleccionar muestras de forma aleatoria y fijar un valor a partir del cual se considerará que un proceso es o no capaz, surge de forma lógica la posibilidad de utilizar las herramientas propias de la inferencia estadística, así se podrá estimar intervalos de confianza para los índices o contrastes de hipótesis del tipo:

$$H_0 : C \leq C_0$$

$$H_1 : C > C_0$$

Este tipo de contrastes permiten analizar la capacidad usando los conceptos propios de error de tipo I y tipo II.

Comparación de los índices clásicos del control de procesos con los índices de metrología

Cuando se pretende controlar el proceso de medir surge de forma lógica la necesidad de utilizar las herramientas propias de la ciencia encargada de las mediciones: la metrología. Son numerosos los aspectos que dependen de la metrología, por ejemplo en la industria debe llevarse un control riguroso de la precisión que deben tener las distintas máquinas y la metrología se hace indispensable en estos procesos. En general será una herramienta imprescindible en cualquier proceso en el que se presente incertidumbre en la medida. En metrología interesa que la incertidumbre de la medida sea muy pequeña y en control de procesos lo que se busca son procesos con índices de capacidad altos. Pues bien, la pregunta lógica es ¿qué impacto tiene la incertidumbre de medición (error de medición) con la capacidad del proceso? Dar respuesta a esta pregunta es el objetivo de esta sección.

Desde el punto de vista estadístico lo más resaltante en el contexto de la Metrología es analizar la Repetitividad y la Reproducibilidad de la medida, los denominados estudios RyR. La principal diferencia del enfoque desde el punto de vista de la metrología está en que en este contexto lo que prevale es estimar la repetitividad y reproducibilidad de los instrumentos de medida, así los factores estudiados son las fuentes de variación y la importancia relativa de estas fuentes. El enfoque por tanto, debe de ir hacia el estudio de componentes de la varianza para lo que los diseños “anidados” y “jerarquizados” son una solución acertada. Estos diseños se basan en modelos de efectos aleatorios para las observaciones. El análisis de estos diseños aparece en la mayoría de los textos sobre diseño de experimentos (véase, por ejemplo Montgomery (2005)) y en la mayoría de los paquetes estadísticos (por ejemplo el programa R).

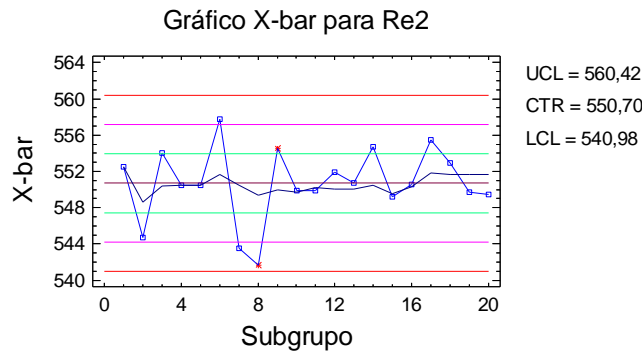


Figura 2: Gráfico de Control.

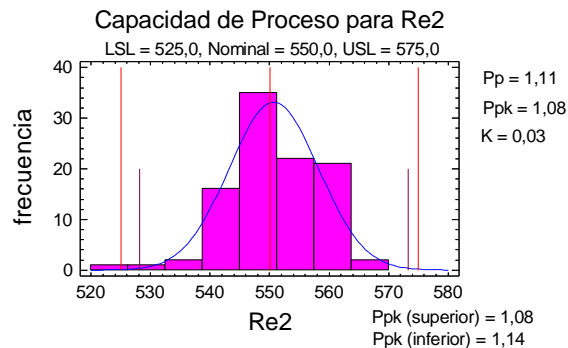


Figura 3: Capacidad del proceso.

Bibliografía

1. Albing M. Process capability indices for Weibull distributions and upper specification limits. *Quality and Reliability Engineering International* 2009; **25**: 317-334.
2. Chen KS, Pearn WL. An application of non normal capability indices. *Quality and Reliability Engineering International* 1997; **13**: 355-360.
3. Borges W, Ho LL. A fraction defective based capability index. *Quality and Reliability Engineering International* 2001; **17**: 447-458.
4. Chou YM, Owen DB. On the distribution of the estimated process capability indices. *Communications in Statistics – Theory and Methods* 1989; **18**: 4549- 4560.
5. Clements JA. Process capability indices for non normal calculations. *Quality Progress* 1989; **22**: 49-55.
6. Franklin LA, Wasserman G. Bootstrap confidence intervals of C_{pk} : An introduction. *Communications in Statistics – Simulation and Computation* 1991; **20**: 231-242.
7. Kotz S, Johnson NL. *Process Capability Indices*. Chapman & Hall: London, 1993.
8. Kotz S, Johnson NL. Process capability indices-A review, 1992 – 2000 with discussion. *Journal of Quality Technology* 2002; **34**: 2 - 53.
9. Kotz S, Lovelace CR. *Introduction to Process Capability Indices: Theory and Practice*. Arnold: London, 1998.
10. Palmer K, Tsui K-L. A review and interpretations of process capability indices. *Annals of Operations Research* 1999; **87**: 31-47.
11. Pearn WL, Chen KS. One-sided capability indices C_{pu} and C_{pl} : Decision making with sample information. *International Journal of Quality and Reliability Management* 2002; **19**: 221-245.
12. Pearn W, Kotz S, Johnson NL. Distributional and inferential properties of process capability indices. *Journal of Quality Technology* 1992; **24**: 216-231.

13. Tang LC, Than SE. Computing process capability indices for non normal data: A review and comparative study. *Quality and Reliability Engineering International* 1999; **15**: 339-353.
14. Prasad S, Bramorski T. Robust process capability indices. *International Journal of Management Science* 1998; **26**: 425-435.
15. Grznar J, Booth DE. A robust smoothing approach to statistical process control. *Journal of Chemical Information and Computer Sciences* 1997; **37**: 241-248.
16. Kane VE. Process capability indices. *Journal of Quality Technology* 1986; **18**: 41-52.
17. Somerville SE, Montgomery DC. Process capability indices and non-normal distributions. *Quality Engineering* 1996; **9**: 305-316.
18. Lin PC, Pearn WL. Testing process capability for one-sided specification limit with application to the voltage level translator. *Microelectronics Reliability* 2002; **42**: 1975-1983.
19. Shore H. A new approach to analysing non-normal quality data with applications to process capability analysis. *International Journal of Production Research* 1998; **36**: 1917-1933.