

Pronóstico del Precio *Spot* del Mercado Eléctrico Colombiano con Modelos de Parámetros Variantes en el Tiempo y Variables Fundamentales (en desarrollo)

Colombian Electricity Spot Price Forecasting with Time Varying Parameters and Fundamentals

JORGE SIERRA^{1,2,a}, ELKIN CASTAÑO^{2,3,b}

¹CENTRO NACIONAL DE DESPACHO, XM LOS EXPERTOS EN MERCADOS, GRUPO ISA, MEDELLÍN, COLOMBIA

²ESCUELA DE ESTADÍSTICA, FACULTAD DE CIENCIAS, UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA, MEDELLÍN, COLOMBIA

³DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA, FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS, UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA, MEDELLÍN, COLOMBIA

Resumen

Debido a la naturaleza no lineal de la serie de precios de la electricidad del mercado spot colombiano, para su predicción, la literatura ofrece diferentes modelos no lineales que podrían ser útiles para aproximar su estructura de dependencia. Entre los más populares se encuentran los modelos de redes neuronales, modelos de regímenes cambiantes de Markov y los modelos de transición suave. En un importante artículo Granger (2008)¹ mostró que cualquier modelo no lineal puede ser aproximado por un modelo lineal de parámetros cambiantes, lo que facilita la interpretación y la generación de pronósticos varios pasos adelante. Este documento presenta la estimación de un modelo de parámetros cambiantes para el precio mensual de la electricidad en Colombia. Los resultados muestran que este modelo tiene mejor desempeño que otros modelos aplicados a esta serie.

Palabras clave: Series de Tiempo, Precio de Electricidad, Modelos No Lineales, Modelos de Parámetros Variantes en el Tiempo.

Abstract

Due to the nonlinear nature of the price series of spot electricity market in Colombia, for its forecasting, the literature offers different nonlinear models that could be useful to approximate the structure of dependence. Among the most popular are neural networks models, Markov Switching Regime models and smooth transition models. However, in an important article Granger (2008, p. 3) showed that almost any nonlinear model can be approximated by a linear model of varying parameters, which facilitates the interpretation and generation of forecasting several steps ahead. This document presents the estimated model of Time Varying Parameters for the monthly price of electricity in Colombia. The results show that this model has better performance than other models applied to this series.

Key words: Electricity Price, Non-Linear Time series Models, Time Varying Parameters.

^aAnalista del Mercado(1) y Estudiante de Maestría. E-mail: jsierra@xm.com.co

^bProfesor Asociado(2) y profesor Titular(3). E-mail: elkincv@gmail.com

¹Non - LinearModels: *Where Do We Go Next - Time Varying Parameter Models?*, Regime-Switching Models In Economics And Finance, Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics, 2008, Vol 12, No. 3.

1. Introducción

El precio *spot* de los mercados de electricidad, generalmente presenta hechos estilizados, como cambios de nivel, tendencia, volatilidad estocástica e impacto de variables exógenas, lo cual dificulta la utilización de modelos tradicionales para representar su comportamiento (Weron 2006, pág 25). Sin embargo, gran parte del comportamiento especial de esta serie, se explica por las diferencias de la electricidad respecto a los otros *commodities*, por ejemplo: la electricidad se produce prácticamente al mismo tiempo que se requiere y se consume; la demanda de electricidad, en general, no conoce el precio del producto cuando lo consume; la curva de oferta de los productores forman una curva exponencial discontinua en forma de palo de hockey; existe la posibilidad de ejercer poder de mercado durante déficit de producción; las complejidades en el diseño del mercado contaminan la señal de precios; existe un aprendizaje permanente de los agentes económicos a través del proceso diario de oferta.

Adicionalmente, cada mercado tiene sus propias características. En el mercado colombiano, en particular, los productores hidráulicos son mayoritarios y su producción depende de los caudales de los ríos y del almacenamiento de agua; la capacidad de generación está concentrada en algunos pocos agentes económicos; se han producido cambios regulatorios en aspectos que afectan la formación del precio; no se han implementado mecanismos de participación de la demanda en la formación del precio.

En la figura 1 se presenta la serie del logaritmo del precio de electricidad mensual para el mercado colombiano, entre enero de 2000 hasta mayo de 2010. La serie presenta una tendencia ascendente, saltos de nivel, y al final del periodo una clara intervención, explicada por el anuncio de la presencia del fenómeno de “El Niño” en la región pacífica Andina.

El fenómeno de El Niño tiene impacto sobre las lluvias y por consiguiente sobre los aportes hídricos que ingresaron al sistema de generación y adicionalmente produce una oleada de calor que aumenta la demanda de energía eléctrica. La relación de estas variables con el precio de electricidad durante El Niño pudo cambiar estructuralmente, ya sea por la intervención del gobierno o por la aversión al riesgo de los productores hidráulicos respecto a los aportes esperados.

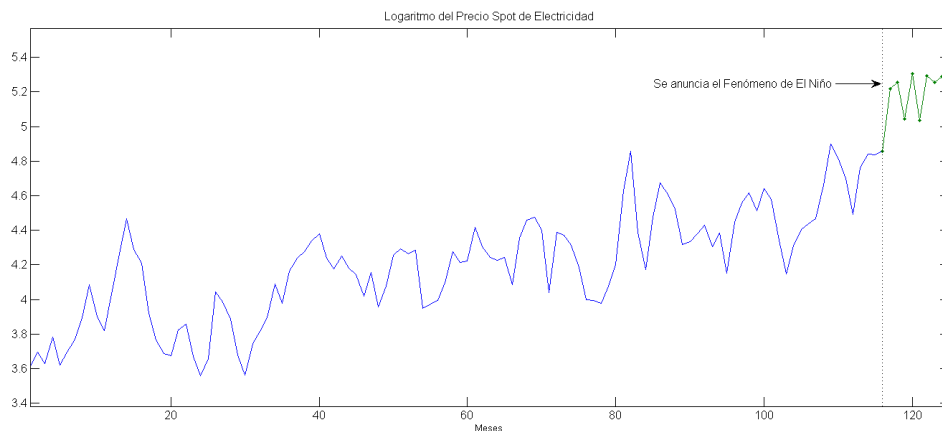


FIGURA 1: Logaritmo del precio de electricidad en Colombia (2000/01 - 2010/05)

El reto de este trabajo consiste en especificar un modelo con la capacidad de adaptarse a la relación evolutiva entre el precio y las variables fundamentales, para realizar un pronóstico aceptable cuando las condiciones del mercado cambian, como ocurrió con el fenómeno de El Niño. Los modelos que se utilizan tradicionalmente, no podrían representar esta estructura dinámica entre el precio y sus fundamentales de forma adecuada, y otros enfoques más complejos como redes neuronales, no permitirían que sus parámetros sean interpretados directamente.

Respecto a alternativas más recientes, Either & Mount (1998) fueron los primeros en proponer modelos de *Markov Regime Switching* (MRS) para los precios de electricidad a través de un modelo de dos estados en el cual los regímenes eran gobernados por un proceso AR(1). Una de las conclusiones más importantes de este trabajo, aplicado a tres mercados de electricidad, fue la fuerte evidencia de la existencia de regímenes en el precio con diferentes medias y varianzas. Por su parte, Mount et al. (2006) sugieren modelos de cambio de régimen en combinación con parámetros cambiantes en el tiempo y variables fundamentales como el margen de reserva y la demanda.

El enfoque de Parámetros Variantes en el Tiempo (TVP), utilizado en este trabajo, ha surgido como una alternativa importante para aproximar una gran variedad de modelos no lineales a una estructura lineal, como lo sugiere Granger (2008), en el cual, utilizando un resultado del teorema de White, demostró la potencialidad de los modelos TVP y resaltó sus bondades en interpretación y capacidad de pronóstico.

Con base en el planteamiento de Granger (2008) y teniendo en cuenta los hechos estilizados del precio de electricidad en Colombia, en este trabajo se explica paso a paso la especificación y selección de un modelo TVP con las relaciones de dependencia entre el precio y sus fundamentales, para realizar pronóstico del precio de electricidad.

El contenido del trabajo se compone de la siguiente forma: la sección 2 explica los fundamentales y la formación del precio, la sección 3 presenta los conceptos básicos de los modelos de parámetros variantes en el tiempo (TVP), la sección 4 explica la estrategia utilizada para identificar y especificar el modelo TVP propuesto, la sección 5 se presentan las conclusiones de la interpretación del modelo.

2. Fundamentales del Precio spot de electricidad en Colombia

2.1. Casación Oferta - Demanda

El precio de bolsa en Colombia se construye con base en la optimización del mínimo costo de producción de energía eléctrica para atender los usuarios del Sistema Interconectado Nacional, dadas las cantidades consumidas y las ofertas de los productores. De forma general, la representación gráfica de este proceso consiste en ordenar los recursos de menor a mayor precio, formando una curva de oferta y cruzándola con la curva de demanda. De esta manera los recursos más económicos son los que entran en el programa de generación, y el precio de oferta del último recurso necesario para atender la demanda, corresponde al precio *spot* de electricidad².

El aumento de la demanda afecta al precio de manera positiva, como sucede en cualquier otro mercado. Sin embargo, la relación de la demanda con el precio depende de la forma de la curva de oferta. Por ejemplo, en la siguiente gráfica, para una misma curva de oferta (O), los aumentos en la demanda (D) implican un aumento no lineal en el precio, el cual se genera en la intersección de las dos curvas. La forma típica de la curva de oferta es un tramo horizontal en los valores más bajos de energía y luego a partir de un punto de rodilla crece exponencialmente, formando una curva en forma de ‘palo de hockey’. Dada la forma de la curva de oferta, debemos esperar que la relación entre la demanda también dependa de otros fundamentales y que no sea lineal.

²Para conocer más detalle del cálculo del precio de bolsa, remitirse a las resolución CREG 024 de 1998 y aquellas que la derogan o modifican

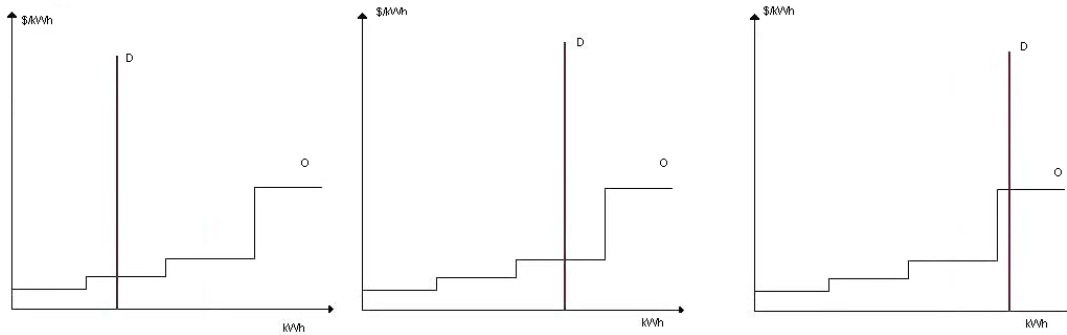


FIGURA 2: Curva de Oferta y Valores de Demanda

En el largo plazo, la demanda presenta una tasa de crecimiento continua³, las cuales también deben impactar el crecimiento del precio de la electricidad. Sin embargo, mientras que la demanda crece de manera continua, las inversiones de centrales de generación crecen en forma escalonada, así, la relación la demanda y el precio, tampoco puede ser continua en el largo plazo.

2.2. La Oferta hidráulica

La tecnología hidráulica presenta costos de generación más bajos que las tecnologías de generación con combustibles fósiles, sin embargo, tanto en Colombia como en muchos mercados de electricidad, donde se depende este tipo de generación, los aportes hídricos representan alta incertidumbre para la confiabilidad energética y para el mercado.

Dado que en Colombia los recursos hídricos son la principal fuente de generación, el precio de la electricidad depende en gran medida de los precios de oferta de los recursos hidráulicos en el mercado. A su vez, los precios de oferta de los recursos hidráulicos dependen de la cantidad de agua almacenada en los embalses, de la situación hidrológica actual y la situación futura (no observable).

Recientemente, a finales de 2009 se presentó el fenómeno de El Niño, que afectó significativamente a Colombia en materia de los aportes hidráulicos, afectando a su vez los precios de oferta hidráulicos. Debido a la condición de déficit hidráulico, el país dependió de la generación térmica, la cual aportó la confiabilidad necesaria para evitar racionamientos o cortes eléctricos. Sin embargo El Niño trajo consigo una oleada de calor en todo el país que ocasionó también un incremento considerable de la demanda de electricidad (XM 2010).

El efecto conjunto del incremento de la demanda y la alta generación térmica llevaron al precio de la electricidad a valores muy superiores a los que se presentan en condiciones hidrológicas normales. La figura 3 presenta la composición de generación hidráulica y térmica hasta finales de 2009, donde se observa la disminución de generación hidráulica como resultado del fenómeno de El Niño.

³en condiciones económicas normales

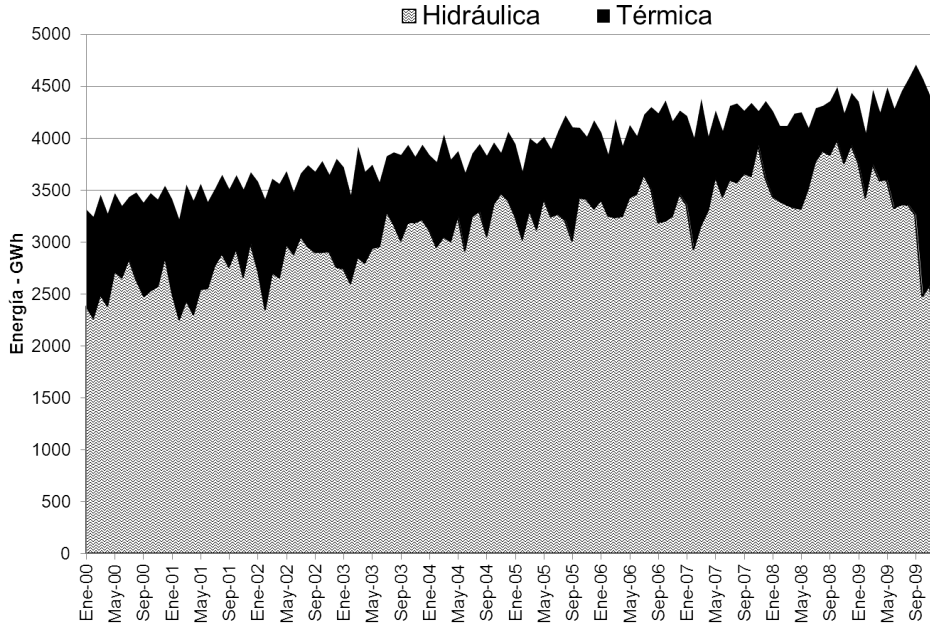


FIGURA 3: Generación por Hidráulica y Térmica

Al integrar los efectos de la demanda y la condición hidrológica, se deducen importantes interpretaciones de la variable “Demanda - Aportes Hídricos⁴” ($D - A$).

Si se descuenta de la demanda la energía hídrica que ingresó en el periodo, el valor resultante es la energía desembalsada producida con generación térmica. Cuando los aportes superan la demanda ($D - A < 0$), la cantidad de energía se aproxima a la energía hidráulica almacenada y el precio de la electricidad correspondería al valor económico de los aportes hídricos.

3. Modelos de Parámetros Variantes en el Tiempo

Los modelos TVP hacen parte de los modelos de espacio estado, los cuales son utilizados frecuentemente en problemas de series de tiempo donde existen variables que no pueden ser observadas directamente.

Considere un modelo de regresión lineal:

$$y_t = x_t \beta_t + e_t, \quad t = 1, 2, 3, \dots, T \quad (1)$$

donde, el vector de parámetros β_t sigue un proceso estocástico que varía en el tiempo,

$$\beta_t = \tilde{\mu} + \mathbf{F} \beta_{t-1} + v_t \quad (2)$$

y los términos e_t y v_t corresponden a procesos de ruido blanco:

$$e_t \sim i.i.d. N(0, \mathbf{R}) \quad (3)$$

⁴Para realizar esta comparación se requiere la conversión de los aportes hídricos en unidades de energía eléctrica, con base en el potencial de generación de electricidad de cada río o sistema de cadenas hidráulicas.

$$v_t \sim i.i.d. N(0, \mathbf{Q}) \quad (4)$$

Donde, y_t es un vector de 1×1 ; x_t es un vector $1 \times k$, que comprende las k variables explicativas y e_t y v_t son independientes entre sí. En la ecuación (2), β_t que es no observable, tiene dimensiones $k \times 1$, la matriz \mathbf{F} , \mathbf{R} y \mathbf{Q} son de dimensiones $k \times k$.

Cada parámetro β_t de la ecuación (1), sigue un proceso estocástico en el tiempo que se representa a través de (2) con hiper-parámetros $\tilde{\mu}$, \mathbf{F} y \mathbf{Q} . Cuando se restringe \mathbf{F} a la matriz identidad, se suponen procesos de caminata aleatoria en los parámetros β_t .

Harvey (1989, pág 367) sugiere dejar variar libremente los parámetros β_t a través de caminatas aleatorias cuando se utilizan variables explicativas en el modelo. Con esta especificación se pueden observar las relaciones no lineales entre y_t y x_t sin restricción de nivel o tendencia, permitiendo la flexibilidad para representar un posible mecanismo no lineal que hace variar el precio de la electricidad de un estado a otro.

3.1. Estimación de parámetros con filtro de Kalman

El filtro de Kalman es un procedimiento recursivo para la estimación de óptima del vector de estado no observado β_t , $t = 1, 2, \dots, T$, basado en la información apropiada, inicialmente se asume que $\tilde{\mu}$, \mathbf{F} , \mathbf{Q} y \mathbf{R} son conocidos, como sugiere Kim & Nelson (1998, pág 22-25). El filtro provee el mínimo error medio cuadrático de estimación para β_t .

Asumiendo que x_t está disponible al comienzo del tiempo t y una nueva observación de y_t se hace al final del tiempo t , el filtro básico consiste de dos pasos:

Paso 1. Predicción: Al comienzo del tiempo t se estima un predictor óptimo de y_t basado en toda la información disponible hasta el tiempo $t - 1$, $y_{t|t-1}$, para lo cual se calcula $\beta_{t|t-1}$ con base en la información conocida (hasta el tiempo $t - 1$):

$$\beta_{t|t-1} = \tilde{\mu} + \mathbf{F}\beta_{t-1|t-1} \quad (5)$$

de forma análoga, se utiliza el predictor óptimo de la matriz de covarianzas $\mathbf{P}_{t|t-1}$ (hasta el tiempo $t - 1$):

$$\mathbf{P}_{t|t-1} = \mathbf{F}\mathbf{P}_{t-1|t-1}\mathbf{F}' + \mathbf{Q} \quad (6)$$

Luego, con base en la observación de x_t y y_t en cada t , se calcula el error de predicción $\eta_{t|t-1}$:

$$\eta_{t|t-1} = y_t - y_{t|t-1} = y_t - x_t\beta_{t|t-1} \quad (7)$$

y finaliza la etapa de predicción con el cálculo de la varianza condicional del error de predicción, $f_{t|t-1}$:

$$f_{t|t-1} = x_t\mathbf{P}_{t|t-1}x_t' + \mathbf{R} \quad (8)$$

El error de predicción consta de dos partes, la primera parte del error proviene de hacer inferencia sobre β_t en (2), es decir el error proveniente de $\beta_t - \beta_{t|t-1}$, la segunda parte proviene del *shock* aleatorio e_t , de (3). La ecuación (8), la varianza condicional del error de predicción es una función de la incertidumbre asociada a $\beta_{t|t-1}$ y la varianza de e_t , \mathbf{R} .

Paso 2. Actualización: Una vez y_t se realiza y se conoce la información del tiempo t , el error de predicción puede ser calculado: $\eta_{t|t-1} = y_t - y_{t|t-1}$.

Este error contiene nueva información sobre β_t , más que la contenida en $\beta_{t|t-1}$. Es decir, después de observar y_t , puede hacerse una inferencia más efectiva sobre β_t . La forma de esta inferencia es: $\beta_{t|t} = \beta_{t|t-1} + \mathbf{K}_t \eta_{t|t-1}$, donde \mathbf{K}_t es el peso de la nueva información sobre el error de predicción de $\beta_{t|t-1}$:

$$\beta_{t|t} = \beta_{t|t-1} + \mathbf{K}_t \eta_{t|t-1} \quad (9)$$

$$\mathbf{P}_{t|t} = \mathbf{P}_{t|t-1} - \mathbf{K}_t x_t \mathbf{P}_{t|t-1} \quad (10)$$

El paso de actualización sugiere que β_t está formado por una clase de promedio ponderado entre $\beta_{t|t-1}$ y nueva información contenida en el error de predicción $\eta_{t|t-1}$, el peso asignado a la nueva información se conoce como ganancia de Kalman, K_t . La ganancia de Kalman se calcula con base en la varianza del error de predicción: $\mathbf{K}_t = \mathbf{P}_{t|t-1} x_t' f_{t|t-1}^{-1}$.

El suavizamiento o *Smoothing* $\beta_{T|T}$ y $P_{T|T}$ provee una inferencia más precisa sobre los parámetros cambiantes, dado que usa más información que el filtro básico. Las siguientes dos ecuaciones pueden ser iteradas hacia atrás desde la última observación ($t = T - 1$), hasta la primera $t = 1$, para obtener las estimaciones suavizadas:

$$\beta_{t|T} = \beta_{t|t} + \mathbf{P}_{t|t} \mathbf{F}' \mathbf{P}^{-1} \mathbf{P}_{t+1|t} (\beta_{t+1|T} - \mathbf{F} \beta_{t|t} - \tilde{\mu}) \quad (11)$$

$$\mathbf{P}_{t|T} = \mathbf{P}_{t|t} + \mathbf{P}_{t|t} \mathbf{F}' \mathbf{P}_{t+1|t}^{-1} (\mathbf{P}_{t+1|T} - \mathbf{P}_{t+1|t}) \mathbf{P}_{t+1|t}^{-1} \mathbf{F} \mathbf{P}_{t|t}' \quad (12)$$

Los modelos de parámetros variantes en el tiempo necesitan ser formulados usando un número limitado de parámetros e incorporar la mayor información a priori posible, para conservar la posibilidad de interpretar el comportamiento de los parámetros. El sistema en 1 está representado como una combinación lineal de las observaciones actuales y pasadas de variables aleatorias independientes. Esta representación ayuda a la capacidad de interpretar el modelo, sin embargo, a menos que las observaciones estén normalmente distribuidas, puede ser difícil determinar la distribución completa de las predicciones (Harvey 1989, pág 341-342).

Ahora, si el modelo contiene una variable dependiente rezagada, ésta puede tener también un parámetro variante en el tiempo. Entonces 1 sería de la forma:

$$y_t = \psi_t y_{t-1} + x_t \beta_t + e_t, \quad t = 1, 2, 3, \dots, T \quad (13)$$

donde ψ_t sigue un paseo aleatorio. Este modelo puede ser operado añadiendo ψ_t al vector de estado. La única diferencia es que el modelo sería condicionalmente gaussiano en vez de lineal. Por supuesto, hay también un problema conceptual en permitir que este coeficiente varíe en el tiempo si se espera que esté siempre dentro de los límites de la región de estabilidad, $|\psi_t| < 1$ (Harvey 1989, pág 408-410).

4. Estrategia de identificación y selección del modelo

Teniendo identificados los fundamentales más relevantes en la formación del precio, es indispensable validar este conocimiento a priori en el comportamiento del modelo. Para la identificación y la selección del modelo, además de las validaciones tradicionales, tuvimos en cuenta una verificación de los supuestos a priori de los parámetros asociados a los fundamentales y del comportamiento de los parámetros. La estrategia se resume en la figura 4.

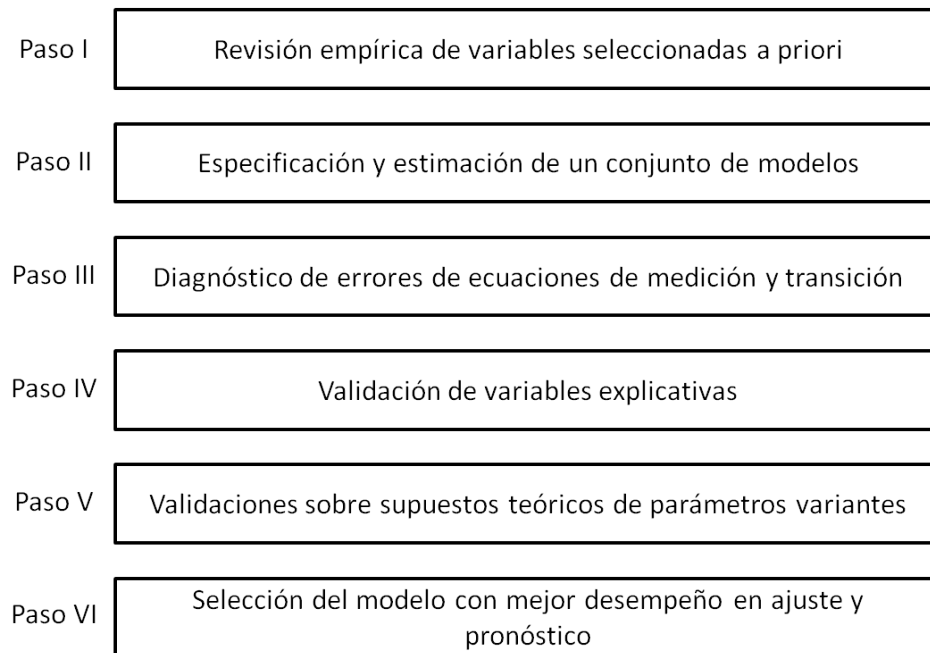


FIGURA 4: Estrategia para selección del modelo

4.1. Paso I - Selección y relación a priori de variables

Con base en el conocimiento a priori de la formación del precio, se consideraron inicialmente un grupo de 5 variables explicativas y sus respectivas transformaciones. Sin embargo, al hacer revisiones empíricas de las variables, se descartaron la mayoría y predominaron la demanda y los aportes hídricos como fundamentales.

El comportamiento de las series aportes y demanda aportan nivel, tendencia y estacionalidad al precio, y teóricamente, ambas impactan al precio en igual magnitud pero con signo opuesto. Es decir, el efecto sobre el precio de un aumento de la oferta puede ser equivalente al de una disminución en la demanda. Una forma gráfica de representar esta relación, se presenta en la figura 5, donde O es la curva de oferta de los productores, D es la demanda, P es el precio, el cual se forma de la intersección de las dos anteriores. La cantidad de energía A es el punto de rodilla de la curva de oferta.

En la figura, cuando se disminuye el punto de rodilla, pasando de A a A' , la curva de oferta se desplaza a la izquierda desde O a O' , de tal forma que la intersección de D y O' forman el nuevo precio P' . En ese mismo escenario, cuando la demanda también aumenta y pasa de D a un valor D' , el precio se aumenta hasta P'' . Quiere decir que un aumento de la demanda o una disminución de los aportes tienen, en teoría, el mismo impacto positivo sobre el precio. Claramente, el punto de rodilla A se ajusta a la definición de los aportes hídricos, en unidades de energía eléctrica (kWh). En la curva de oferta, los aportes pueden ser interpretados como toda la energía que se encuentra en la parte plana de la curva de oferta, dado que la generación de energía eléctrica con otros recursos implica un costo por desembalsamiento o consumo de combustibles.

Para incorporar esta relación en los modelos, proponemos construir una variable con base en la diferencia entre la demanda de los aportes hídricos en energía, $(D-A)_t$, para identificar la cantidad de energía que se produjo con combustibles o agua almacenada. La figura 6 presenta la serie de variaciones porcentuales del precio de electricidad y de la variable Demanda - Aportes diferenciada, ambas estandarizadas. Al observar las series se refleja que pueden existir relaciones no lineales entre ambas series, principalmente cuando se producen valores extremos.

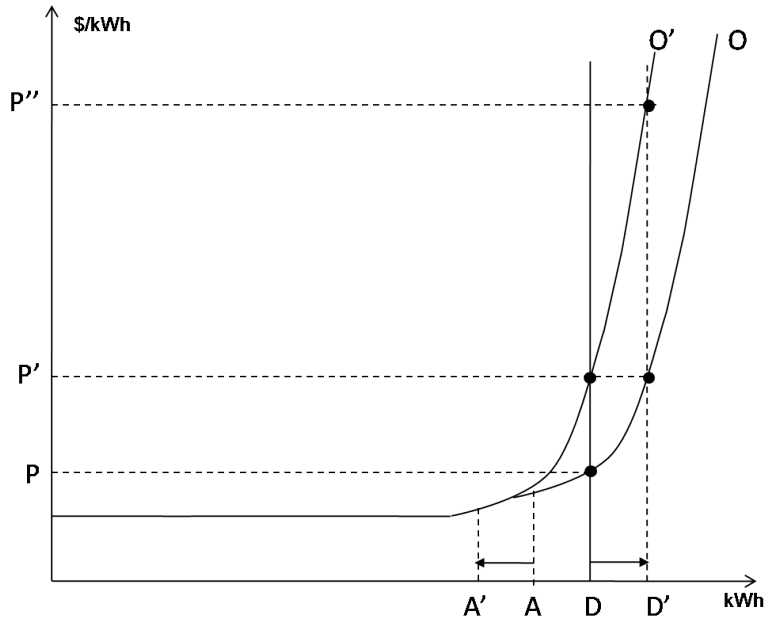


FIGURA 5: Curva de Oferta Exponencial - Formación de Precios

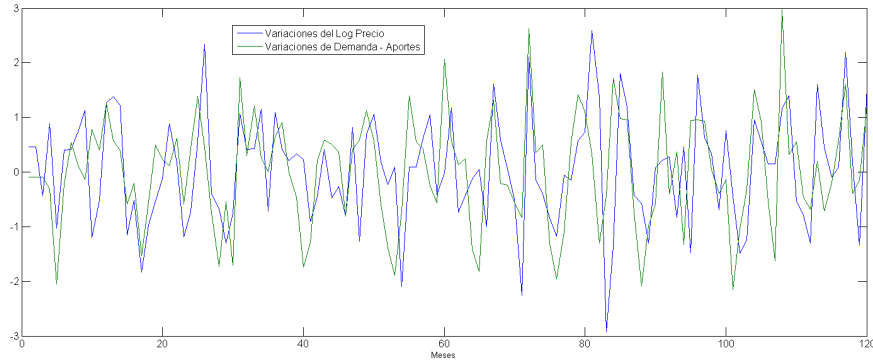


FIGURA 6: Precio de bolsa y Demanda-Aportes (estandarizadas)

4.2. Paso II- Especificación y estimación de modelos

Teniendo en cuenta la forma de la curva de oferta y la relación muestral entre $D_t - A_t$ y P_t de la figura 6, el precio de electricidad del mercado se puede representar por una función exponencial, similar a las propuestas de Barlow (2002) y Mari (2006, pág 93):

$$P_t = \Gamma_0 \exp \left[\frac{D_t - A_t}{\Gamma_1} + \epsilon_t \right] \quad (14)$$

Donde P_t es el precio de la electricidad, D_t es la demanda, ϵ_t es un componente no explicable y Γ_0 y Γ_1 son parámetros a estimar del modelo. Esta función tiene un punto de rodilla cuando el argumento del exponencial es igual a cero ($D_t - A_t = 0$), cuando la demanda de energía es equivalente a los aportes hídricos. En ese caso, el parámetro Γ_0 es equivalente al precio.

Aplicando logaritmo a la ecuación 14, se obtiene un modelo lineal TVP para $\ln P_t = p_t$:

$$p_t = \beta_{0,t} + \beta_{1,t}(D - A)_t + e_t \quad (15)$$

$$\beta_{i,t} = \beta_{i,t-1} + v_t \quad (16)$$

El modelo obtenido en 15 y 16 presenta parámetros $\beta_{i,t}$ variantes en el tiempo a través de caminatas aleatorias. Con base en este modelo se construyeron y estimaron 12 variaciones de la ecuación de medición, a partir de transformaciones de las variables del mismo, para avanzar con la selección el modelo más apropiado.

4.3. Paso III- Diagnósticos de errores de predicción del filtro

Al aplicar las pruebas sugeridas por Durbin & Koopman (2001, pág 33-34) a los errores de predicción, f_t , y a los residuales de las ecuaciones de estado, se rechazaron⁵ 5 de los 12 modelos iniciales. Los modelos que continuaron el proceso de selección se presentan en la tabla 1.

TABLA 1: Modelos validados en residuales

Modelo ⁶	Paráms	AIC	BIC
1	$p_t = \beta_{0,t} + \beta_{1,t} (D - A)_t + e_t$	579.7	593.4
2	$p_t = \beta_{0,t} + \beta_{1,t} (D - A)_t + \beta_{2,t} (D - A)_{t-1} + e_t$	581.2	599.7
3	$p_t = \beta_{0,t} + \beta_{1,t} d_t + \beta_{2,t} a_t + e_t$	582.1	600.3
4	$p_t = \beta_{0,t} + \beta_{1,t} d_t + \beta_{2,t} a_t + \beta_{3,t} d_{t-1} + \beta_{4,t} a_{t-1}e_t$	603.5	628.2
5	$dp_t = \beta_{0,t} + \beta_{1,t} d(D - A)_t + e_t$	579.8	593.5
6	$p_t = \beta_{0,t} + \beta_{1,t} (D - A)_t + \beta_{2,t} p_{t-1} + e_t$	582.2	600.6
7	$p_t = \beta_{0,t} t + \beta_{1,t} (D - A)_t + \beta_{2,t} p_{t-1} + e_t$	581.1	599.5

En la figura 10 del anexo 1 se pueden observar algunos gráficos que permiten inspeccionar los errores de predicción del filtro de Kalman para el modelo 7.

4.4. Paso IV- Validación de variables explicativas

Para validar el aporte de información de las variables explicativas se estimaron diversos modelos sin variables explicativas para competir con el modelo propuesto. Los modelos que se utilizaron fueron Modelos ARIMA, de Cambio de Régimen de Markov (MRS), Redes Neuronales Artificiales (ANN), modelos de parámetros variantes, más conocidos como modelos de Nivel y Tendencia Local (SLL-LT). Para comparar los modelos de la tabla 2, dado que estamos utilizando redes neuronales, utilizamos el AIC* y BIC* sugeridos por Franses & Dijk (2000, pág 224), y el Error Medio Cuadrático de pronóstico RMSE.

Esta comparación es útil para descartar la incorporación de variables explicativas en modelos propuestos. Dados los resultados de la tabla 2, el modelo de parámetros variantes en el tiempo con fundamentales presenta el mejor desempeño con relación a los modelos sin variables explicativas. Por lo tanto, no se pueden descartar las variables fundamentales utilizadas para los modelos TVP.

4.5. Paso V- Validación de supuestos sobre parámetros variantes

En los modelos 1 al 4 de la tabla 1 el parámetro $\beta_{0,t}$ se interpreta con el componente de nivel que no se explica únicamente con la relación entre el precio y $(D - A)_t$. Sin embargo en los resultados obtenidos

⁵prueba de subespecificación de Ljung-Box, prueba de no normalidad de Kolmogorov-Smirnov y una prueba de heterocedasticidad

TABLA 2: Comparación con Modelos sin variables Explicativas

Modelo	No Paráms	AIC*	BIC*	RMSE
ARIMA	3	101.1	112.2	71.16
ANN	83	245.0	540.8	33.27
MRS	8	123.2	152.7	21.60
SSL-LT	3	124.4	135.4	21.64
Modelo 7	3	78.98 [†]	93.67 [†]	15.5 [†]

para algunos modelos, el comportamiento del parámetro $\beta_{0,t}$ es muy similar al comportamiento mismo del precio rezagado. Este comportamiento de $\beta_{0,t}$ indica falta de especificación algunos modelos, y se puede observar en la figura 9 del anexo 1, donde se grafica para el modelo 1.

Descartando los modelos con esta falta de especificación, únicamente los modelos 5,6 y 7 permanecieron en el proceso de selección. Sin embargo el parámetro $\beta_{0,t}$ del modelo 6, presentó una pendiente determinística, por lo cual es descartado y reemplazado por el modelo 7, que tiene el término con pendiente $\beta_0 \times t$. El comportamiento de los parámetros del modelo 7 se observa en la figura 7.

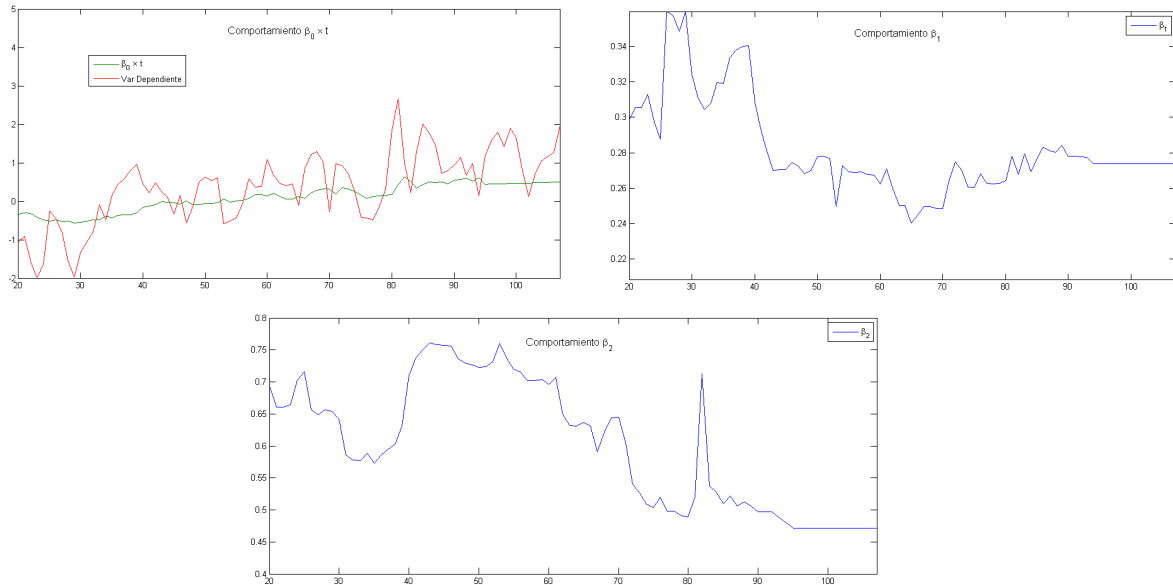


FIGURA 7: Comportamiento de Parámetros del modelo 7: $p_t = \beta_{0,t} t + \beta_{1,t} (D - A)_t + \beta_{2,t} p_{t-1} + e_t$

Finalmente del listado de modelos utilizado para este trabajo, únicamente los modelos 5 y 7 cumplen con las características deseables.

4.6. Paso VI- Selección del modelo

Con base en los resultados de los pasos anteriores, se hizo un pronóstico de 12 meses, para el periodo antes del fenómeno de El Niño con los modelos 5 y 7 para seleccionar el mejor con base en sus desempeños⁷.

⁷Los indicadores de la tabla 3, donde RMSE es el Raíz del error medio cuadrático, MAPE es el error medio porcentual, p.sezgo, p.Var y p.Cov representan la descomposición del error medio cuadrático en componentes de sezgo, varianza y covarianza

De acuerdo con la tabla 3 el modelo 7 supera ampliamente al modelo 5 en RSME y MAPE, aún cuando el segundo presentó menor AIC y BIC. Ver tabla 1.

Utilizando como criterio adicional la descomposición del error cuadrático medio de pronóstico propuesto por Pindyck & Rubinfeld (1998), quienes sugieren preferir al modelo con las proporciones de sesgo y varianza más bajas⁸. De acuerdo con los resultados de la tabla 3 y los criterios explicados, seleccionamos el modelo 7 para pronosticar el precio de la electricidad.

TABLA 3: Comparación de pronóstico de Modelos 5 y 7

No	Modelo	RMSE	MAPE	p.Sezgo	p.Var.	p.Cov.
5	$dp_t = \beta_{0,t} + \beta_{1,t} d(D - A)_t + e_t$	16.0	16.76 %	0.527	0.233	0.283
7	$p_t = \beta_{0,t} t + \beta_{1,t} (D - A)_t + \beta_{2,t} p_{t-1} + e_t$	15.5	13.49 %	0.300	0.297	0.467

Finalmente se realizó un pronóstico con el modelo 7 para los últimos cuatro meses del periodo de análisis. La figura 8 muestra como el modelo logró capturar gran parte del comportamiento pronosticado, teniendo en cuenta que se utilizaron los datos reales de demanda y aportes y que solo se utilizaron dos observaciones del fenómeno de El Niño como muestra de esta intervención. En forma General, los resultados fueron satisfactorios, considerando que adicional a la intervención de El Niño, también hubo una intervención de tipo regulatorio⁹ en el primer periodo pronosticado que pudo ocasionar un aumento de los precios de la electricidad y la cual podría explicar el sesgo entre los valores reales y pronosticados.

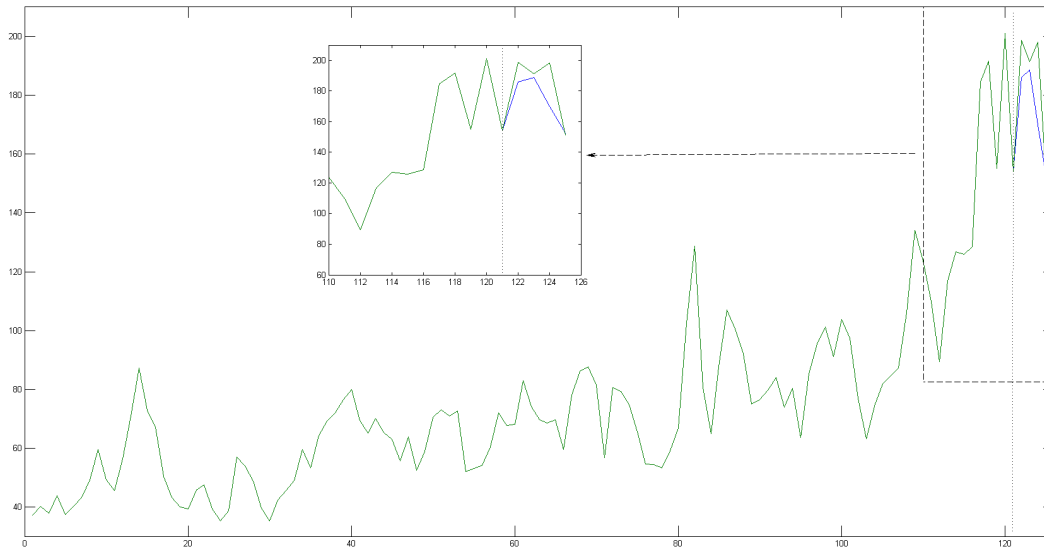


FIGURA 8: Pronóstico con Variables Exógenas

5. Conclusiones

Los modelos de parámetros variantes en el tiempo ofrecen la posibilidad de interpretar el comportamiento de los parámetros del modelo y como las relaciones evolucionan en el tiempo. Durante el proceso

⁸La suma de las tres proporciones debe ser aproximadamente igual a uno

⁹Resolución CREG 10 de 2010

de selección del mejor modelo se pueden validar hipótesis sobre el comportamiento de los parámetros. Sin embargo, la selección de modelos de TVP con fundamentales es un proceso extenso, que requiere de conocimiento del proceso de las variables y de validaciones empíricas, además presenta un limitado referenciamiento bibliográfico.

Las validaciones sobre el comportamiento de los parámetros se cumplieron según el conocimiento a priori de la sección 2, por ejemplo la relación entre el precio y la variable explicativa $(D - A)_t$ representada por el parámetro β_1 fue variante en el tiempo, con tendencia decreciente al comienzo del periodo y finalizó con pendiente positiva, pero siempre con signo positivo.

El modelo TVP seleccionado fue satisfactorio en pronóstico, considerando las condiciones anormales del periodo a pronosticar, principalmente porque no requirió de una intervención explícita, sino que sus parámetros por sí solos intentaron “adaptarse” a las nuevas condiciones del mercado, ocasionadas por el fenómeno de El Niño.

Finalmente, los modelos de TVP con fundamentales abren una puerta a una valoración de primas de riesgo para la negociación de derivados de energía eléctrica. Por ejemplo, al considerar el comportamiento y la volatilidad de los parámetros variantes en el tiempo, se puede medir la incertidumbre de cómo los fundamentales se relacionan con el precio.

Referencias

- Barlow, M. (2002), ‘A diffusion model for electricity prices’, *Mathematical Finance* **12**(4), 287–298.
- Durbin, J. & Koopman, S. (2001), *Time Series Analysis by State Space Methods*, Oxford University Press, New York.
- Either, R. & Mount, T. (1998), ‘Estimating the volatility of spot prices in restructured electricity markets and the implications for options values’, *Power Systems Engineering Research Center (PSerc)*.
- Franses, P. & Dijk, D. (2000), *Nonlinear Time Series Models in Empirical Finance*, Cambridge University Press.
- Granger, C. (2008), ‘Non - Linear Models: Where Do We Go Next - Time Varying Parameter Models?’, *Regime-Switching Models In Economics And Finance, Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics* **12**(3).
- Harvey, A. (1989), *Forecasting, structural time series models and the Kalman filter*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Kim, C. & Nelson, C. (1998), *State-Space Models with Regime-Switching: Classical and Gibbs-Sampling Approaches with Applications*, The MIT Press.
- Mari, C. (2006), ‘Regime-switching characterization of electricity prices dynamics’, *Physica A* pp. 87–103.
- Mount, T., Ning, Y. & Cai, X. (2006), ‘Predicting price spikes in electricity markets using a regime-switching model with time-varying parameters’, *Energy Economics* **28**, 62–80.
- Pindyck, R. S. & Rubinfeld, D. L. (1998), *Econometric Models and Economic Forecasts*, 4th edition edn, McGraw-Hill, New York.
- Weron, R. (2006), *Modeling and Forecasting Electricity Loads and Prices: A Statistical Approach*, WILEY-FINANCE.
- XM (2010), *Informe Anual de la Operación y el Mercado*, XM Los Expertos en Mercados, <http://www.xm.com.co/Pages/InformesEmpresariales.aspx>.

Apéndice A. Figuras Adicionales

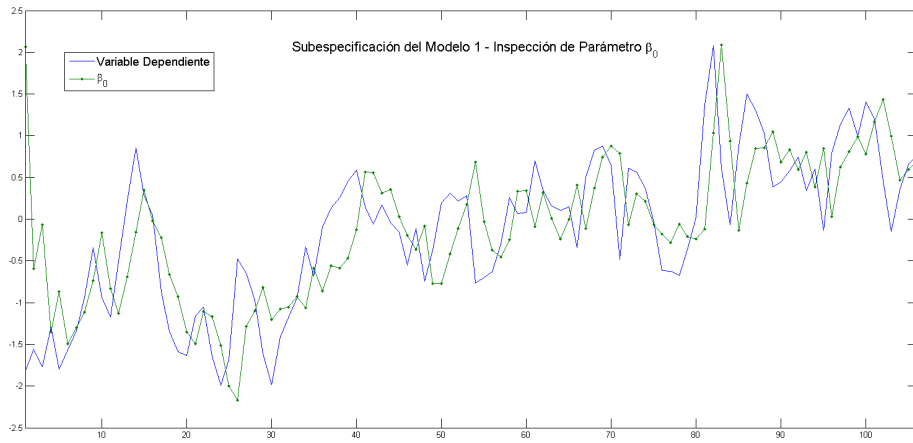


FIGURA 9: Identificación de Subespecificación en modelo 1: $p_t = \beta_{0,t} + \beta_{1,t} (D - A)_t + e_t$

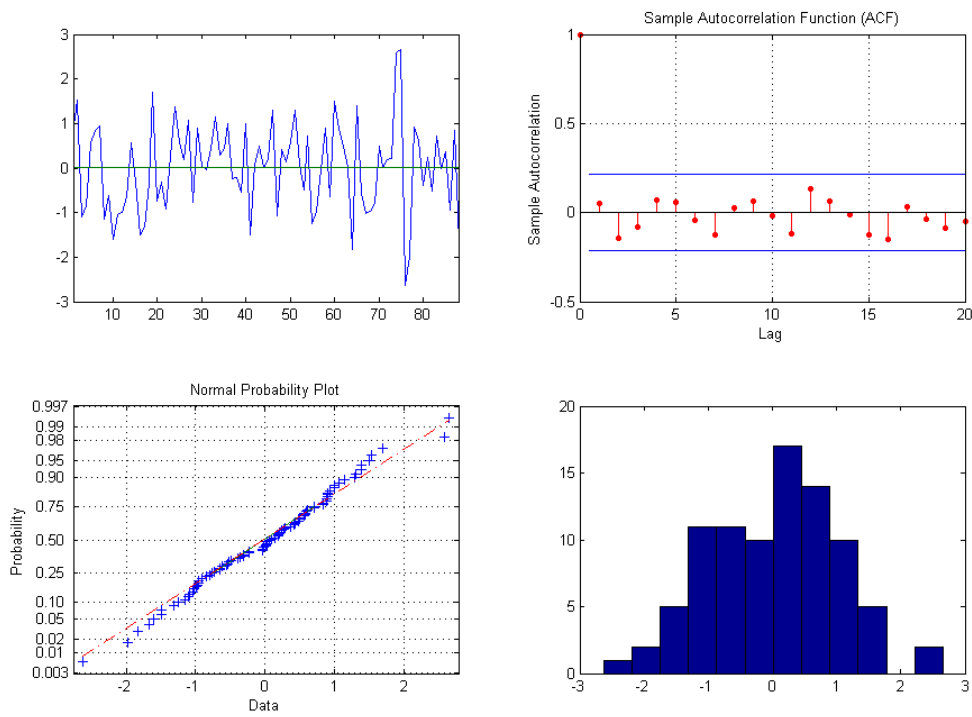


FIGURA 10: Residuales de la Ecuación de Medición Modelo 7