

AZAR, ALEATORIEDAD Y PROBABILIDAD: Significados personales en estudiantes de Educación Media

(a)*Diana Patricia Londoño Herrera*, (b)*Edwin Ferney Montoya Velásquez*

dipalo7@yahoo.com , edwinmontoyavelasquez@gmail.com

- a. *I.E Fray Julio Tobón Betancur (Carmen de Viboral)*
- b. *I. E. Lorenza Villegas de Santos, FUNLAM (Medellín)*

Resumen

Nuestra investigación indaga por los significados personales que expresan estudiantes de Educación Media con respecto a los términos azar, aleatoriedad y probabilidad. Puede realizarse un estudio epistemológico para interpretar los significados que estos términos han tenido en la institución matemática. De allí, puede derivarse que, a pesar de contar con una axiomática satisfactoria, en la teoría de la probabilidad aún existe controversia con respecto a la interpretación de conceptos básicos como son los de azar, aleatoriedad y probabilidad. Además, cuando los estudiantes de Educación Media llegan a la clase de matemáticas pueden tener significados con respecto a estos términos. Para interpretar los significados personales, y compararlos con los significados institucionales, proponemos recurrir al pensamiento hermenéutico contemporáneo. Esta corriente filosófica nos aporta una posibilidad interpretativa de las manifestaciones escriturales de los estudiantes con respecto a los términos en cuestión.

Palabras clave: Significados personales, azar, aleatoriedad, probabilidad, interpretación hermenéutica.

Chance, randomness and probability: Personal Meanings Media Education students

(a)*Diana Patricia Londoño Herrera*, (b)*Edwin Ferney Montoya Velásquez*

dipalo7@yahoo.com , edwinmontoyavelasquez@gmail.com

- a. *I.E Fray Julio Tobón Betancur (Carmen de Viboral)*
- b. *I. E. Lorenza Villegas de Santos, FUNLAM (Medellín)*

Abstract

Our research investigates about the personal meanings that our high school students express with reference to the terms chance, randomness, and probability. An Epistemological study can be performed to interpret the meanings that these terms have had on the mathematical institution. From there, it can be concluded that despite having a satisfactory axiomatic, in the probability theory there is still controversy with reference to the basic concepts such as chance, randomness, and probability. Furthermore, when high school students reach math class can have personal meanings related to these terms. To interpret personal meanings and compare them with the institutional ones, we propose to resort to the contemporary hermeneutical thought. This philosophical trend gives us a possibility of interpreting the scriptural demonstrations of students with respect to the terms in question.

Key words: Personal meaning, chance, randomness, probability, hermeneutic interpretation.

1. Introducción

"de modo más o menos explícito, todos los teóricos admiten que el cálculo de probabilidades formaliza algo que, en cierto sentido "existe" en todas partes; las divergencias se refieren a la naturaleza de ese "algo", el cual estaría representado a través de la probabilidad del matemático"
MATALÓN

Una tendencia actual en muchos currículos de matemáticas en el mundo es la de favorecer el desarrollo del pensamiento aleatorio en todos los niveles educativos. El desarrollo del pensamiento aleatorio, mediante contenidos de la estadística y la probabilidad, debe realizarse mediante un espíritu de exploración e investigación tanto por parte de los estudiantes como de los docentes. El trabajo con la probabilidad, que puede darse mediante la asignación de valores numéricos a diferentes sucesos mediante definiciones formales, reglas de cálculo o funciones matemáticas, no reflejan la naturaleza específica de la aleatoriedad, más allá, se necesita de un marco de significación que favorezca la comprensión del carácter aleatorio de esos valores. Las situaciones reales, cotidianas para los estudiantes, deben permitirles captar tanto la forma cualitativa como cuantitativa de la aleatoriedad.

Siguiendo a (Ortiz y Serrano, 2001), en el estudio de la probabilidad el estudiante ha usado con frecuencia términos y expresiones para referirse a los sucesos aleatorios, que con frecuencia no tienen el mismo sentido preciso que adquieren en el tratamiento que se da al azar en la clase de matemáticas. Las diferencias existentes entre el lenguaje cotidiano y el lenguaje probabilístico pueden ser un obstáculo para la construcción del conocimiento, de manera que lo que resulta problemático no son los términos ni expresiones en sí mismos, sino los conceptos y procesos subyacentes que se están comunicando y el significado que transmiten.

De acuerdo con (Batanero y Serrano, 1999; citados por Serradó, Cardeñoso y Azcárate, 2005), la idea de aleatoriedad se introduce preferentemente de un modo descriptivo en la educación escolar, resultando fundamental el papel del lenguaje utilizado para comunicar los significados. La falta de clarificación a cerca de lo que los términos y expresiones relacionados con la aleatoriedad y la probabilidad significan,

deja abierta la posibilidad de interpretación ambigua, lo cual se constituye en un obstáculo fundamental para la construcción de los significados matemáticos.

A la vista de las posibles dificultades relacionadas con el uso y la atribución de diferentes significados a términos utilizados en la clase de matemáticas para el estudio del pensamiento aleatorio, creemos necesario estudiar con mayor profundidad los significados que los estudiantes atribuyen a determinados términos que sean fundamentales en la enseñanza y el aprendizaje de este pensamiento tales como azar, aleatoriedad y probabilidad. Este es el fin general de nuestra investigación, cuya consecución se abordará en una doble vertiente, teórica y práctica; de una parte, es necesario establecer los significados matemáticos de los términos estudiados, lo cual se puede lograr con un estudio histórico-epistémico y, por otro lado, la tarea de establecer los significados que los estudiantes asignan a esos mismos términos puede ser realizada a través de una interpretación hermenéutica. Resulta también interesante poder establecer relaciones entre los significados interpretados en los estudiantes y los significados institucionales matemáticos de los términos.

2. Métodos

A continuación presentamos, como vemos en el momento de realizar este escrito, el 'camino' transitado en la búsqueda que nos propuso la cuestión sobre ¿Cómo interpretar los significados personales de los estudiantes de educación media con respecto a los términos azar, aleatoriedad y probabilidad?

Siguiendo a (Godino y Batanero, 1994) las teorías del significado pueden agruparse en dos categorías: realistas y pragmáticas. En las primeras, al asignar un objeto, un concepto o una proposición a una palabra, esta se hace significativa, adquiere significado. "De esta forma hay entidades, no necesariamente concretas, aunque siempre objetivamente dadas con anterioridad a las palabras, que son sus significados". En lo que respecta a la segunda categoría, las ideas básicas se refieren a que el significado de las expresiones lingüísticas depende del contexto en que se usan y niegan la posibilidad de una observación científica, empírica e intersubjetiva de las entidades abstractas -como conceptos o proposiciones-, que implícitamente es admitida en las teorías realistas. El uso lingüístico es lo único accesible a la observación en estos casos, y por tanto, el punto de donde hay que partir en una investigación científica del lenguaje. Es a partir del uso como se debe inferir el significado de los objetos abstractos.

"La aplicación de los supuestos ontológicos de la semántica realista a la Matemática se corresponde con una visión platónica de los objetos matemáticos (conceptos, proposiciones, teorías, contextos,...). Según esta posición filosófica, las nociones y estructuras matemáticas tienen una existencia real, independiente de la humanidad, en algún dominio ideal. El conocimiento matemático consiste en descubrir las relaciones preexistentes que conectan estos objetos. Esta concepción implica, además, una visión absolutista del conocimiento matemático, en el sentido de que éste es considerado como un sistema de verdades seguras e inmutables." (Godino y Batanero, 1994:5) Bajo estos supuestos el significado del término "probabilidad", por

ejemplo, sería simplemente el concepto de probabilidad, dado por una definición matemática.

De acuerdo con las teorías pragmáticas, los objetos matemáticos deben ser considerados como símbolos de unidades culturales, emergentes de un sistema de usos ligados a las actividades que realizan ciertos grupos de personas y que van evolucionando con el tiempo. "En nuestra concepción, es el hecho de que en el seno de ciertas instituciones se realizan determinados tipos de prácticas lo que determina la emergencia progresiva de los "objetos matemáticos" y el que el "significado" de estos objetos esté íntimamente ligado a los problemas y a la actividad realizada para su resolución, no pudiéndose reducir este significado del objeto a su mera definición matemática." (Godino y Batanero, 1994: 5)

Asumiendo los presupuestos que vinculan el significado de los términos lingüísticos con su uso, decidimos proponer a los estudiantes la utilización de los términos azar, aleatoriedad y probabilidad de tres formas diferentes. Inicialmente, les preguntamos simplemente si habían escuchado el término y que escribieran lo que se les ocurriera: ¿Has escuchado el término azar?, ¿Has escuchado el término aleatoriedad?, ¿Has escuchado el término probabilidad? Luego les pedimos que escribieran un relato (una historia real, o inventada, un cuento, una situación de la vida..., lo que quisieran), en el cual utilizaran cada una de los términos. Finalmente, les solicitamos a los estudiantes escribir un problema en el que usaran cada palabra.

Los escritos realizados por los estudiantes, lejos de mostrar simplicidad en cuanto a lo que referenciaban, nos mostraban múltiples posibilidades para interpretarlos, ya que los términos azar, aleatoriedad y probabilidad se relacionaban con diversos contextos cotidianos, problemáticas sociales, problemas éticos, tendencias religiosas... Por lo tanto, necesitamos de una forma de pensamiento comprensivo que nos permitiese interpretar los escritos -recurrimos a la hermenéutica filosófica-.

Con respecto a las relaciones que pueden establecerse entre el rigor metodológico de la ciencia y el pensamiento hermenéutico filosófico, (Gadamer, 1977) escribe "fue desde luego un tosco malentendido el que se acusase al lema 'verdad y método' de estar ignorando el rigor metodológico de la ciencia moderna. Lo que da vigencia a la hermenéutica es algo muy distinto y que no plantea la menor tensión con el *ethos* más estricto de la ciencia. Ningún investigador productivo puede dudar en el fondo de que la limpieza metodológica es, sin duda, ineludible en la ciencia, pero que la aplicación de los métodos habituales es menos constitutiva de la esencia de cualquier investigación que el hallazgo de otros nuevos –y por detrás de ellos, la fantasía creadora del investigador-. Y esto no concierne sólo al ámbito de las llamadas ciencias del espíritu." "...la reflexión hermenéutica que se plantea en verdad y método es cualquier cosa menos un simple juego de conceptos. En todo momento procede de la praxis concreta de las ciencias, y en éstas la reflexión sobre el método es cualquier cosa menos un simple juego de conceptos. En todo momento procede de la praxis concreta de las ciencias, y en éstas la reflexión sobre el método, esto es, el procedimiento controlable y la falsabilidad, es algo completamente natural. Por otra parte, esta reflexión hermenéutica se ha avalado en todas partes en la práctica de la ciencia."

Inicialmente, para interpretar los textos de los estudiantes, recurrimos a la idea de texto en (Ricoeur, 2002). Según este autor "llamamos texto a todo discurso fijado por la escritura... La escritura es una realización comparable al habla, paralela al habla, una realización que toma su lugar y que de alguna manera la intercepta. Por esta razón podemos decir que lo que llega a la escritura es el discurso en tanto intención de decir, y que la escritura es una inscripción directa de esta intención, aun cuando, histórica y psicológicamente, la escritura comenzó por transcribir gráficamente los signos del habla. Esta liberación de la escritura que la pone en el lugar del habla es el acto del nacimiento del texto."

Luego, reflexionando sobre el cómo realizar la interpretación, recurrimos a (González, 2006) cuyos presupuestos concurrían con la concepción de texto de Ricoeur. El texto libre de su autor, de su contexto, está puesto ahí, en el mundo, para que un lector pueda interpretarlo, darle sentido. "Todo texto se produce bajo una estructura. Ese texto rompe sus vínculos con su contexto original, se descontextualiza, abandona su época, su entorno, su autor, viaja por el tiempo y por los espacios. Luego llega a un lector, a un proceso de lectura; el lector necesita desentrañar la estructura del texto; es un proceso de explicación de la organización de los signos y símbolos en los diferentes niveles del lenguaje que lo constituyen, lo cual objetiviza la subjetividad del autor. Una vez explicada la estructura del texto, se aborda la comprensión; el lector se apropia del significado desplegado por el texto, a través de la hermenéutica del sí. La comprensión objetiviza la subjetividad del lector, es decir, tanto la explicación como la comprensión son elementos, ambos, de la interpretación; esta interpretación nunca se separa de la praxis. El lector actualiza para sí mismo y para su propio presente el significado del texto, lo recontextualiza y este proceso puede dar origen a un nuevo discurso que puede quedar fijado como otro texto, el cual, a su vez, se vuelve a descontextualizar para posibilitar futuras recontextualizaciones por otros lectores, y así sucesivamente..." (González, 2006:35) A la luz de estos referentes interpretativos construimos nuevos textos a partir de los textos de los estudiantes.

Posteriormente, recurrimos a varios autores, entre ellos (Bennett, 2000) y (Azcárate, 1995), para realizar un estudio interpretativo de los elementos epistémico-histórico relacionados con los significados institucionales matemáticos de los términos azar, aleatoriedad y probabilidad.

Finalmente, interpretamos los textos construidos por nosotros como interpretes, sobre los textos de los estudiantes, en relación con las interpretaciones sobre los elementos epistémico-histórico estudiados sobre los términos en cuestión.

3. Ejemplo

Enunciamos a continuación algunos de los escritos que los estudiantes realizaron con respecto a las situaciones planteadas. Posteriormente, realizamos una interpretación de los dos primeros textos.

¿Has escuchado EL TÉRMINO AZAR?

[1] "Es como dejar alguna decisión importante a la suerte, a la ligera sin consultar o averiguar en pocas palabras mucha gente dice; sabes esta decisión la tomé al azar"

UTILIZACIÓN CONTEXTUAL. Escribe UN RELATO (una historia real o inventada, un cuento, una situación de la vida..., lo que quieras) en el cual utilices la palabra AZAR

[2] "Mi hermana es una persona que todo lo deja al azar ya que ella dice que la suerte siempre anda con ella, yo creo que por estar escogiendo al azar terminó con ese novio que ni siquiera lo parece mas bien parece el hijo pero bueno si tanto le gusta ojala no la decepcione"

Escribe UN PROBLEMA en el que utilices la palabra AZAR

[3] "Mi tío un día por escoger todo al azar salió escogiendo ropa de mujer y ahora no sabe que hacer como hace para cambiarla porque le da vergüenza"

Escribe UN PROBLEMA en el que utilices la palabra ALEATORIEDAD

[4] "Hoy en día las personas no pueden caminar aleatoriamente ya que en los barrios y cuadras se ha visto mucha violencia ya prohíben pasadas de un lugar a otro."

UTILIZACIÓN CONTEXTUAL. Escribe UN RELATO en el cual utilices la palabra PROBABILIDAD

[5] "Para nadie es un secreto el sufrimiento q" tienen las familias de los secuestrados, incluso ellos mismos, ya q" hay personas inescrupulosas y tan duras de ♥ q" son capaces de quitarles la liberta y la felicidad a otras personas y a ellas mismas igualmente. Lo bueno es que ahora todos ellos tienen la probabilidad de ser libres e igualmente los integrantes de las fuerzas armadas revolucionarias de Colombia (FARC) Los colombianos esperamos q" todos los q" están privados de la libertad vuelvan"

INTERPRETACIÓN de [1] y [2]

En [1] se relaciona el azar con la toma de decisiones. Si las personas no poseen o toman su tiempo para buscar conocimiento sobre algo en lo cual deban decidir, entonces su decisión es tomada al azar; de tal manera que la falta de conocimiento para la toma de decisiones, conlleva a que estas se dejen al azar. El signo lingüístico suerte, en este caso, connota cierta neutralidad con respecto a lo que pueda ocurrir como resultado en la toma de alguna decisión; pueden salir las cosas bien o no.

En [2] alguien establece un juicio valorativo sobre otra persona. Dado que ésta expresa que la suerte siempre la acompaña, aquella afirma que siempre lo deja todo al azar. En este caso el término suerte manifiesta algo positivo, genera confianza. La inferencia entrelaza aquel optimismo con dejar las cosas al azar; ¿Qué puede ocurrir?, ¿Quién sabe?, ocurrirían cosas buenas ya que hay suerte. Más sin embargo, la escritora culpa al hecho de que su hermana escogió al azar de su propio prejuicio; haber dado con un novio más joven que ella. Pero, finalmente devuelve la situación al azar; "ojala no la decepcione".

El término suerte puede relacionarse con una significación intuitiva de los sucesos que tiene que ver con el azar y la probabilidad (Batanero, 2005). Es estos casos podemos observar dos significados personales referidos por el signo lingüístico suerte. De una parte, el solo término connota algo positivo, deseado, esperado por quien utiliza el vocablo. Por otro lado, el uso sólo del término suerte es neutro en el sentido que no

expresa algo bueno o malo, deseado o indeseado, esperado o inesperado; de aquí que debiese ser expresado acompañado de otros vocablos tales como *buena* suerte o *mala* suerte.

En [1] el azar tendría que ver con la toma de decisiones a la suerte, en el sentido de, según interpretación anterior, que no se sabe qué pasará con lo decidido; algo esperado o no, algo bueno o no. Pero, puede relacionarse también el azar con el conocimiento; tomar la decisión "a la ligera", con prontitud, apresuradamente, "sin consultar", sin buscar información, "sin averiguar", sin un conocimiento que oriente la toma de la decisión. Esta significación personal del término azar no se corresponde con aquella idea primitiva, siguiendo a (Bennett, 2000), según la cual se atribuyera o no a fuerzas sobrenaturales, el azar suprimía la posibilidad de que la voluntad, la inteligencia o el conocimiento humano influenciara en las decisiones o en el destino. Más bien, puede relacionarse con aquellas ideas en la fase del desarrollo de la noción de azar denominada por (Azcárate, 1995) como *el Discurso de la Ignorancia*, según el cual el azar era producto de la ignorancia humana a la hora de analizar ciertos fenómenos; no hay azar realmente, no existe el azar en sí mismo, es nuestra ignorancia lo que nos hace recurrir a él. De tal suerte que si aquél que toma una decisión, no lo hace "a la ligera" sino que se toma su tiempo, consulta, averigua, busca algún tipo de conocimiento relacionado con aquello sobre lo cual debe decidir, entonces la decisión se encontrará en otro nivel de significación frente al azar.

4. Discusión

En nuestra formación como Licenciados en Matemáticas encontramos debilidad con respecto a la preparación para el abordaje didáctico del pensamiento aleatorio, en relación específica con el tema de la probabilidad. Por ello, realizamos un sondeo con maestros de matemáticas en ejercicio de su profesión en instituciones de educación básica y media, además, indagamos en diferentes instituciones formadoras de maestros. Los resultados, en general, mostraron una falta de preparación, en épocas anteriores y actuales, de los maestros sobre este tema.

Posteriormente, buscamos referentes investigativos relacionados con la Didáctica de la Probabilidad. Encontramos, por ejemplo, que no hay disponibilidad de bastante investigación en nuestro contexto más cercano relacionado con este campo en particular -Universidades en Colombia-. También encontramos un abordaje mínimo del tema en los textos escolares -reducido a un capítulo en la mayoría de los casos- y un tratamiento basado en definiciones y situaciones hipotéticas poco comunes para un estudiante acerca de los objetos probabilísticos.

En otros contextos, como en el caso de España, el trabajo sobre el tema de la Didáctica de la Probabilidad es abundante. Más sin embargo, encontramos referencia a dificultades referidas al lenguaje utilizado en la probabilidad como un asunto diferido por varios autores, entre los que se encuentran (Ortiz y Serrano, 2001) y (Batanero y Serrano, 1999; citados por Serradó, Cardeñoso y Azcárate, 2005) Hemos observado un tratamiento, en general, metodológicamente cuantitativo de los problemas relacionados

con los significados de los objetos matemáticos sobre la probabilidad, en particular, muy orientado al trabajo con los libros de texto utilizados en la escuela. En cuanto a los significados personales de los estudiantes con respecto a los términos azar, aleatoriedad y probabilidad, el trabajo es reducido y en los pocos trabajos encontrados no observamos el tratamiento metodológico relacionado con el uso lingüístico que proponemos de estos términos por parte de los estudiantes y la relacionada, teóricamente hablando, interpretación de este uso.

La vinculación, en este caso, del Pensamiento Filosófico con la Matemática, en particular para la interpretación de significados personales de los estudiantes con respecto a los términos azar, aleatoriedad y probabilidad, se constituye en un aporte significativo en la Didáctica de la Probabilidad. Ello debido a que el lenguaje cotidiano de los estudiantes difícilmente encuentra la rigurosidad y la precisión que podrían orientarnos a optar por una investigación de corte cuantitativo. El lenguaje escrito de los estudiantes, lenguaje cotidiano hecho texto, nos muestra una complejidad lingüística que relaciona múltiples significados, múltiples sentidos en múltiples contextos, lo cual nos orienta hacia una investigación comprensiva, si se quiere cualitativa, para interpretar la urdimbre de significados expuesta por los escritos de los estudiantes.

El problema de la exactitud y precisión del lenguaje ya se ha abordado en la filosofía, en Wittgenstein encontramos un claro ejemplo de ello. Wittgenstein I trato de buscar precisión y exactitud en la significación del lenguaje en cuanto a la referencia de los objetos del conocimiento. Pero, Wittgenstein II sospecho de la posibilidad de tales cualidades, aún incluso en el lenguaje científico, en el lenguaje de las matemáticas. Por ello, reemplazó el criterio referencial del significado por el criterio pragmático del significado (Hoyos, 1999) "El lenguaje a preparado las mismas trampas para todos, la inmensa red de caminos equivocados transitables. Y así vemos como uno tras otro, siguen los mismos caminos y sabemos dónde van a doblar, dónde seguirán derecho sin ver la desviación... Así pues yo debería poner señales en todos los lugares de los que parten caminos equivocados, para ayudar a pasar los puntos peligrosos." (Wittgenstein, 1995)

5. Referencias

- [1]AZCÁRATE, P. (1995). El conocimiento profesional de los profesores sobre las nociones de aleatoriedad y probabilidad. Su estudio en el caso de la educación primaria. Tesis doctoral inédita. Universidad de Cádiz.
- [2]BATANERO, C. (2005). Significados de la probabilidad en la educación secundaria. Revista Latinoamericana de investigación en Matemática Educativa. Noviembre. Vol. 8 No. 003. México. [Consultado el 17 de junio de 2010 en http://www.uv.mx/eib/curso_pre/videoconferencia/51SignificadosProbabilidad.pdf]
- [3]BENNETT, Deborah. (2000). Aleatoriedad. Alianza Editorial. Madrid.
- [4]GADAMER, H. g. Verdad y Método I. Fundamentos de una hermenéutica filosófica, Salamanca, Sígueme, 1977. Tr.: Ana Agud Aparicio y Rafael de Agapito.
- [5]GODINO, J. D. y BATANERO, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. En: Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol. 14, n° 3, pp 325-355.

-
- [6]GONZÁLEZ AGUDELO, Elvia María. (2006). Sobre la hermenéutica o acerca de las múltiples lectura de lo real. Universidad de Medellín. Colombia.
- [7]HOYOS MELGUIZO, Juan G. (1999). En: Ciencias Humanas No. 25, noviembre. (Ludwig Wittgenstein 1889-1951). Universidad Nacional. Medellín.
- [8]ORTIZ, J. y SERRANO, L. (2001). Reflexiones sobre el lenguaje probabilístico en los libros de texto de Educación Secundaria. Comunicación presentada en las Jornadas Europeas de Estadística. Mallorca; Instituto Balear de Estadística. 2001. [Consultado diciembre 15 de 2009 en http://www.caib.es/ibae/esdeveniment/jornades_10_01/doc/reflexiones.doc]
- [9]RICOEUR, Paul (2002). Del Texto a la Acción. FCE. México.
- [10]SERRADÓ, Ana., CARDEÑOSO, José. y AZCÁRATE, Pilar. (2005). Los Obstáculos en el aprendizaje del conocimiento probabilístico. En: Statistics Education Research Journal, 4(2), 59-81 [Consultado el 15 de diciembre de 2009 en [http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ4\(2\)_serrado_etal.pdf](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ4(2)_serrado_etal.pdf)]
- [11]WITTGENSTEIN, Ludwig. (1995). Cultura y Valor. (En adelante CV), Madrid, Espasa Calpe, párrafo 94.