

COMBINATORIA EN ACCIÓN

Sandra Quintero^a, Lucia Zapata^b, Sandra Morales^c

Email: sandraquinteroco@hotmail.com

- a. *Universidad de Antioquia*
- b. *Universidad de Antioquia – Grupo GECEM*
- c. *Universidad de Antioquia*

Resumen

Se presenta una experiencia para el aprendizaje de la combinatoria para el grado noveno (9º) fundamentada en la *Teoría de situaciones didácticas* de Brousseau. Se exhibe el diseño, la aplicación y los resultados de una unidad didáctica que contempla una variada selección de situaciones problema que orientan la *acción* del estudiante, *formulación* y *validación* de soluciones e *institucionalización* de las diferentes técnicas de conteo.

Palabras clave: Teoría de situaciones didácticas, técnicas de conteo, enseñanza

COMBINATORY IN ACTION

Sandra Quintero^a, Lucia Zapata^b, Sandra Morales^c

Email: sandraquinteroco@hotmail.com

- a. *Universidad de Antioquia*
- b. *Universidad de Antioquia – Grupo GECEM*
- c. *Universidad de Antioquia*

Abstract

We present a learning experience for the combinatorics for the ninth grade (9th) based on the theory of didactical situations by Brousseau. This paper showcases the design, implementation and results of a teaching unit that includes a wide selection of problem that guide the student's action, formulation and validation of solutions and institutionalization of different counting techniques.

Key words: Theory of didactical situations, counting techniques, teaching.

1. Introducción

Los Lineamientos Curriculares [1] y los Estándares de Calidad de Matemáticas para el pensamiento aleatorio en Colombia [2], establecen que la combinatoria es transversal a la educación básica y media. Sin embargo, muchos profesores no emprenden esta temática en sus salones de clase. Varias podrían ser las razones de esta práctica: (1) Falta de confianza en el tema, (2) Falta de una preparación adecuada, (3) Falta de recursos bibliográficos apropiados, (4) Falta de una comunidad de apoyo, entre otras. Podríamos continuar la lista de razones pero es interesante señalar que la literatura ha revelado que una de las razones de mayor peso es la creencia del profesor que no está suficientemente preparado para enseñar estadística [3]. Esta propuesta pretende brindar algunos elementos didácticos para ganar seguridad, conocimiento y confianza en el aula de clase cuando se tenga que abordar la teoría combinatoria.

La combinatoria está presente en el mundo cotidiano del estudiante. En la tienda de helados, a la hora de elegir su ropa, en la compra de un libro, el estudiante (y cualquier ciudadano en general) tiene muchas formas posibles de elegir sus opciones. Esta condición proporciona una oportunidad extraordinaria de conjeturar, simular, y matematizar la teoría combinatoria. Quisimos tomar ventaja de esta condición de cotidianidad para diseñar la propuesta didáctica fundamentada en la *Teoría de las situaciones didácticas* de Brousseau [4].

Esta unidad didáctica es el producto de la investigación llevada a cabo en el Núcleo de Pensamiento Aleatorio¹ y el principal objetivo fue diseñar una propuesta que abordara la combinatoria desde el punto de vista de la comprensión. En esta propuesta se desarrollan una serie de situaciones problema sobre permutaciones, permutaciones con repetición, variaciones, variaciones con repetición, combinaciones y principio multiplicativo. Se da especial énfasis en la argumentación y en la construcción colectiva de los significados y se centra en potenciar los procesos propios del pensamiento aleatorio, que proponen los Lineamientos Curriculares tales como: observar, manipular, dibujar, representar, clasificar, razonar, abstraer, relacionar, crear, solucionar problemas, sugerir generalizaciones, y relacionar con la vida diaria.

Esta unidad didáctica fue validada y desarrollada en un grado 9º. Los resultados de la aplicación de la unidad sugieren beneficios en varios aspectos: (1) motivación de los estudiantes; (2) participación activa en la acción, en la formulación de soluciones, y en la validación de sus conclusiones; y (3) estimulación de la capacidad de argumentación.

El éxito en el diseño y en el desarrollo de la unidad didáctica son las razones que nos motivan a compartir esta propuesta con otros profesionales de la educación matemática. Creemos que esta unidad didáctica puede ofrecer herramientas concretas para el aula de clase y puede beneficiar tanto a profesores como a estudiantes que estén interesados en opciones didácticas para abordar la teoría combinatoria.

¹ Es un grupo académico de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia que estudia la enseñanza y el aprendizaje de la estadística a nivel escolar y a nivel universitario.

2. Marco Teórico

El diseño de esta propuesta está fundamentado en la *Teoría de situaciones didácticas* [4, 5]. Esta teoría tiene un gran potencial educativo y consideramos que es pertinente para nuestra propuesta porque da al estudiante la mayor parte de la responsabilidad en la construcción del conocimiento. Esta teoría, por estar sustentada en el constructivismo, parte de la premisa que el conocimiento no puede ser transmitido de una persona a otra sino que el individuo es quien construye su propio conocimiento [6]. Es necesario resaltar que el hecho de otorgarle al estudiante la mayor parte de responsabilidad en la construcción del conocimiento no reduce la responsabilidad del profesor. Al contrario, la labor del profesor es clave y decisiva.

El profesor diseña problemas en los cuales se garantice la interacción del estudiante con los problemas y con otros estudiantes. Se espera que estos problemas sean suficientemente apropiados para que el estudiante *actúe* sobre ellos, *formule* estrategias de solución, y *valide* su comprensión. Este sistema de interacciones constituido por el estudiante (o grupo de estudiantes), el profesor y un saber determinado (los problemas propuestos por el profesor) es lo que se llama *situación didáctica* (algunos autores la llaman *relación didáctica* [7]).

El trabajo del profesor es iniciar, establecer y monitorear esta relación. El profesor monitorea la actividad del estudiante y el aprendizaje asociado mediante el manejo de la evolución de la situación. Haciendo esto el profesor define el *contrato didáctico* que gobierna la relación didáctica y define las condiciones de su existencia. Este *contrato* es la justificación que el profesor tiene para presentar la situación [4].

Una *situación a-didáctica* (o fase de la situación didáctica) es un ambiente de aprendizaje diseñado por el profesor y está asociada con un espacio y tiempo donde la gestión de la situación recae enteramente en el estudiante [8]. En cada *situación a-didáctica* está presente el momento de *validación* que puede ser establecido entre los estudiantes o entre el estudiante y el profesor. En este momento se discute la verdad y la eficacia de la solución. Para la *validación* de los conocimientos matemáticos generados por el estudiante, se supone que la argumentación se da como condición necesaria. La *validación* juega un papel crucial, debido a que la aceptación de una estrategia de solución está acompañada de una prueba o una demostración [9].

La *institucionalización* es el momento en el cual el profesor ayuda a establecer las relaciones entre la producción libre del estudiante y entre el conocimiento cultural y científico. En otras palabras el profesor ubica la producción del estudiante en contexto.

3. Metodología

La presente propuesta se llevó a cabo en un grado 9° con 42 estudiantes en cinco sesiones de 50 minutos cada una. Se inició con una prueba diagnóstica, luego se desarrolló la unidad didáctica y se finalizó con la prueba final. La prueba diagnóstica fue diseñada para explorar los conocimientos previos en los estudiantes y para identificar los tipos de conteo que les generaban más dificultad. Al final también se constituyó en una herramienta de evaluación y contraste con respecto a la efectividad de la unidad.

El trabajo colaborativo entre estudiantes fue clave puesto que este permite la estandarización del conocimiento entre los miembros del grupo, promueve la discusión

de diferentes estrategias de solución, estimula en los estudiantes la capacidad de comunicar sus ideas matemáticas y la capacidad de argumentación. Como es recomendado en la *Teoría de situaciones didácticas*, la enseñanza de cualquier conocimiento debe iniciarse con la presentación a los estudiantes de una o varias situaciones en la cual el conocimiento a ser enseñado esté contenido. En esta propuesta los estudiantes debían *actuar* sobre los problemas, *formular* una solución y argumentar su *validez* ante la clase. Al final, cada grupo debía tener una solución *válida* a cada problema y varias formas de obtener la solución. Una vez llevada a cabo la *validación* de la solución, el profesor resumía los resultados y daba nombres a los conceptos utilizados, cerrando así con la *institucionalización* del conocimiento. En el Anexo se incluyen las situaciones problema que componen esta unidad didáctica.

4. Análisis

Después de analizar la prueba diagnóstica se encontró que varios ítems fueron solucionados por los estudiantes desde el punto de vista intuitivo y sin recurrir a formulas estadísticas. Se encontró también que las variaciones ordinarias representaron un mayor grado de dificultad para los estudiantes que las permutaciones simples y las combinaciones (ver Tabla 1). Adicionalmente, los ítems que incluyeron algún tipo de repetición o restricción fueron los ítems de mayor dificultad, mientras que los ítems que involucraron la aplicación del principio multiplicativo fueron los que se desarrollaron con mayor éxito.

La implementación de la unidad permitió que los estudiantes se involucraran activamente en la construcción del conocimiento. Fue enriquecedor atestiguar lo implicados que los estudiantes estaban en la solución de los problemas propuestos. Estos problemas fueron dispositivos claves para la *formulación* y *validación* de soluciones. El nivel de la argumentación que surgió en los diferentes grupos de trabajo evidenció que los estudiantes estaban involucrados en la construcción del conocimiento.

Una de las situaciones propuestas pretendía que los estudiantes generalizaran la regla de formación de las permutaciones. Se les planteó el siguiente problema: "En una competencia de carreras con dos participantes, ¿de cuántas maneras podrían llegar a la meta?" El siguiente fragmento de discusión entre dos estudiantes ilustra la importancia de la *validación* y argumentación en la clase de matemáticas:

León²: Si son dos participantes, cada uno tiene dos formas de llegar a la meta. Cada uno puede llegar de primero o de segundo. Entonces serian cuatro formas diferentes.

Martin: Pero solo es una carrera, serian solo dos formas.

León: Ah, sí.

La Tabla 1 presenta el porcentaje de respuestas correctas en la prueba diagnóstica y en la prueba final. Se observa que una sustancial mejoría en todos los ítems. Sin embargo, es necesario resaltar que aun es evidente la dificultad en los ítems relacionados con permutaciones con repetición, variación con repetición y con restricción, y en variación con restricción.

² Los nombres usados en este reporte son seudónimos para proteger la identidad de los participantes.

Tabla 1. Porcentajes de respuestas correctas en la prueba diagnóstica y final

Prueba	Permutación Simple	Permutación con Restricción	Permutación con Restricción	Combinación	Principio Multiplicativo	Permutación con Repetición	Permutación con Repetición	Variación	Variación con Repetición	Variación con Restricción
Inicial	23,1	43,6	15,4	23,1	38,5	20,5	12,8	2,56	10,3	15,4
Final	67,6	89,2	75,7	67,6	86,5	75,7	48,6	86,5	59,5	48,6

5. Conclusiones

La presente propuesta didáctica fue diseñada para apoyar la enseñanza de la combinatoria desde un punto de vista conceptual. Encontramos que la propuesta cumplió su propósito y al final los estudiantes que participaron en la unidad tuvieron mayor dominio conceptual de las diferentes formas de arreglos en la teoría combinatoria.

Los resultados de nuestro estudio muestran que los estudiantes tienen mayor facilidad para los problemas que involucran el principio multiplicativo y mucha más dificultad para los problemas que involucran formas de contar, organizar o arreglar elementos de conjuntos en los cuales se repiten elementos o hay restricciones. Consideramos que quienes se sientan interesados en esta línea de trabajo tengan en cuenta diseñar problemas que expongan al estudiante a situaciones en las cuales haya repetición de los elementos del conjunto a organizar y que haya ciertas restricciones.

Resaltamos de esta experiencia que los estudiantes se sintieron atraídos por la propuesta metodológica y se involucraron de tal forma en la *acción* sobre los problemas y en la *formulación* de solución de las situaciones que el tipo de discusiones generadas en el momento de *validación* estuvieron mucho más allá de nuestras expectativas.

6. Referencias

- [1] MEN. (1998). *Lineamientos curriculares de matemáticas*. Santa Fe de Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.
- [2] MEN. (2003). *Estándares básicos de matemáticas*. Santa Fe de Bogotá: Centro de Pedagogía Participativa.
- [3] A. Estrada. C. Batanero. y J.Fortuny. (2004). Un estudio comparado de las actitudes hacia la estadística en profesores en formación y en ejercicio. *Enseñanza de las Ciencias*, 22 : 263 - 274.
- [4] G. Brousseau. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. Dordrecht: Kluwer Academic.
- [5] P. Sadovsky. (2005). La teoría de situaciones didácticas: Un marco para pensar y actuar La enseñanza de las matemáticas. En *Reflexiones teóricas para la Educación Matemática*. Buenos Aires: El Zorzal.
- [6] M. Panizza. (2003). Conceptos básicos de la teoría de situaciones didácticas. En M. Panizza, *Enseñar matemática en el nivel inicial y primer ciclo de EGB: Análisis y propuestas*. Buenos Aires: Paidós.

[7] H. Flores. y S.Barrera. (1999). Brousseau in action: Didactical situation for learning how to graph functions. *The Fourth Asian Technology Conference in Mathematics*. Guangzhou, China.

[8] J.Godino. (2003). *Teoría de las funciones semióticas*. Recuperado el 25 de Abril de 2010, de Universidad de Granada: <http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/monografiatfs.pdf>

[9] F. Guerrero. N. Sánchez. y O. Lurduy. (2005). La práctica docente a partir del modelo DECA y la Teoría de las situaciones didácticas. *Enseñanza de las Ciencias. Número Extra. VII Congreso* , 1–5.